ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KÌ I
ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN	NĂM HỌC 2011-2012
————-	——oOo——-

Môn thi: Tối ưu hóa

Mã môn học: **49ABCD** Số tín chỉ: **2** Đề số: **1**

Dành cho sinh viên khoá: **Lớp K52A2** Ngành học: **Toán - Tin ứng dụng**

Thời gian làm bài **90 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (2 điểm) Cho hai tập lồi X, Y và các số thực α, β. Chứng minh rằng các tệp sau đây cũng là tập lồi:

(i) $X \cap Y$;

(ii) $\alpha X = \{\alpha x | x \in X\}$;

(iii) $\alpha X + \beta Y = \{\alpha x + \beta y | x \in X, y \in Y\}$.

Câu 2. (4 điểm) Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$L(x) = x_1 + 3x_2 + x_3 \to \min$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & \geq 5 \\ x_2 + 2x_3 & = 8 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 & \leq 10 \\ x_i \geq 0(i = & 1, 2, 3) \end{cases}$$

i) Đưa về dạng chính tắc;

ii) Giải bài toán trên bằng phương pháp đơn hình;

Câu 3. (4 điểm) Trong vụ bão lụt vừa qua có 4 điểm B_1, B_2, B_3, B_4 bị ngập nặng, cần tiếp tế lương thực với yêu cầu tương ứng là $b = (10, 15, 20, 20)$ theo đơn vị tấn. Nhà nước đã bố trí lương thực cứu trợ ở ba kho A_1, A_2, A_3 với trữ lượng tương ứng là $a = (15, 20, 30)$. Cước phí vận chuyển từ A_i đến B_j là c_{ij} như trong ma trận sau đây:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 4 & 11 \end{bmatrix}$$

Hãy lập kế hoạch vận chuyển tối ưu sao cho các điểm cần cứu trợ nhận đủ số lượng lương thực và tổng số tấn /km là nhỏ nhất.

1. Thiết lập bảng vận tải với phương án cơ sở theo phương pháp góc tây bắc.
2. Giải bài toán bằng phương pháp thế vị.

Chú ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KÌ I, NĂM HỌC 2011-2012
Môn thi: Tối ưu hóa

Mã môn học: **49ABCD** Số tín chỉ: **2** Đề số: **1**
Dành cho sinh viên khoá: **Lớp K52A2** Ngành học: **Toán - Tin ứng dụng**

Lời giải câu 1. (i) Cho $x, y \in X \cap Y$ và $0 \le \lambda \le 1$. Taphải chứng minh $\lambda x + (1-\lambda)y \in X \cap Y$. Thật vậy, do $x, y \in X \cap Y$ nên $x, y \in X$. Do X là lồi nên $\lambda x + (1-\lambda)y \in X$; tương tự ta cũng có $\lambda x + (1-\lambda)y \in Y$. Từ đó suy ra $\lambda x + (1-\lambda)y \in X \cap Y$.

(ii) Giả sử ta có $\alpha x^1, \alpha x^2 \in \alpha X$ với $x^1, x^2 \in X$ và $0 \le \lambda \le 1$. Vì X là lồi nên $\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2 \in X$. Ta xét $\lambda(\alpha x^1) + (1-\lambda)\alpha x^2 = \alpha(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \in \alpha X$.

(iii) Chứng minh tương tự phần trên.

Lời giải câu 2. i) Dạng chính tắc: đưa thêm biến phụ x_4, x_5 là biến phụ

$$L(x) = x_1 + 3x_2 + x_3 \to \min$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 & = 5 \\ x_2 + 2x_3 & = 8 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 & = 10 \\ x_i \ge 0(i = & 1,2,3,4,5) \end{cases}$$

ii) Giải bằng phương pháp đơn hình: Đưa thêm x_6, x_7 là biến giả, bài toán trở thành

$$L(x) = x_1 + 3x_2 + x_3 + Mx_6 + Mx_7 \to \min$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_6 & = 5 \\ x_2 + 2x_3 + x_7 & = 8 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 & = 10 \\ x_i \ge 0(i = & 1,2,3,4,5,6,7) \end{cases}$$

J	c_J	x_J	1	2	3	4	5	6	7
			1	3	1	0	0	M	M
6	M	5	1	1	1	-1	0	1	0
7	M	8	0	1	[2]	0	0	0	1
5	0	10	1	2	1	0	1	0	0
	L(x)	0	-1	-3	-1	0	0	0	0
		13	1	2	[3]	-1	0	0	0

Do còn tồn tại giá trị Δ lớn hơn 0 nên chưa có phương án tối ưu ta cần tìm biến đưa vào Cột có giá lớn nhỏ nhất ứng với x_3 vậy biến đưa vào là : x_3 Hàng có giá trị θ nhỏ nhất ứng với cột đó là hàng 2

J	c_J	x_J	1	2	3	4	5	6	7
			1	3	1	0	0	M	M
6	M	1	[1]	1/2	0	-1	0	1	
3	1	4	0	1/2	1	0	0	0	
5	0	6	1	3/2	0	0	1	0	
	L(x)	4	[-1]	-5/2	0	0	0	0	
		1	1	1/2	0	-1	0	0	

Do còn tồn tại giá trị Δ lớn hơn 0 nên chưa có phương án tối ưu ta cần tìm biến đưa vào Cột có giá lớn nhỏ nhất ứng với x_1 vậy biến đưa vào là : x_1 Hàng có giá trị θ nhỏ nhất ứng với cột đó là hàng 1

J	c_J	x_J	1	2	3	4	5	6	7
			1	3	1	0	0	M	M
1	1	1	1	1/2	0	-1	0		
3	1	4	0	1/2	1	0	0		
5	0	5	0	1	0	0	1		
	L(x)	5	0	-2	0	-1	0		
		0	0	0	0	0	0		

Phương án tối ưu của bài toán mở rộng là : $x^* = (1, 0, 4, 0, 5, 0, 0)$

Giá trị hàm mục tiêu đạt được là : $F(x) = 5$

Lời giải câu 3. 1. Đây là bài toán vận tải dạng min. Nơi cung cấp hàng $a_1 = 15$, $a_2 = 20$, $a_3 = 30$,và nơi nhận hàng $b_1 = 10$, $b_2 = 15$, $b_3 = 20$, $b_4 = 20$. Dễ thấy đây là bài toán vận tải cân bằng thu phát.

2. Phương án cơ sở theo phương pháp góc tây bắc trong bảng **??**.

A_i \ B_j	B_1 : 10	B_2 : 15	B_3 : 20	B_4 : 20
A_1 : 15	3 10	4 5	7	8
A_2 : 20	4	3 10	7 10	9
A_3 : 30	6	5	4 10	11 20

Bảng 1.

2. Vòng lặp thứ nhất:

Bước 1. Phương án x không thoái hóa vì $|G| = m + n - 1 = 7$. Tìm các thế vị

$$u_1 + v_1 = 3$$
$$u_1 + v_2 = 4$$
$$u_2 + v_2 = 3$$
$$u_2 + v_3 = 7$$
$$u_3 + v_3 = 4$$
$$u_3 + v_4 = 11$$

Cho $u_1 = 0$ suy ra $v_1 = 3, v_2 = 4$ và $u_2 = -1, v_3 = 8, u_3 = 8, v_4 = 15$.

Tính Δ_{ij} như bảng 2

A_i \ B_j	B_1 : 10	B_2 : 15	B_3 : 20	B_4 : 20	
A_1 : 15	0 10	0 $-$ 5	1	7 $+$	$u_1 = 0$
A_2 : 20	-2	0 $+$ 10	0 $-$ 10	5	$u_2 = -1$
A_3 : 30	-7	-5	0 $+$ 10	0 $-$ 20	$u_3 = -4$
	$v_1 =$ 3	$v_2 =$ 4	$v_3 =$ 8	$v_4 =$ 15	

Bảng 2

Ô vi phạm dấu hiệu tối ưu (2,3) là ô đưa vào. Ta có vòng

$$V = \{(1,4)^+, (3,4)^-, (3,3)^+, (2,3)^-, (2,2)^+, (1,2)^-\}$$

Lượng điều chỉnh $q = \min\{x_{34}, x_{23}, x_{12}\} = \min\{20, 10, 5\} = 5$. Tương ứng với ô (1,2) đây là ô loại ra ta có bảng mới bằng cách tính lại

A_i \ B_j	B_1 : 10	B_2 : 15	B_3 : 20	B_4 : 20	
A_1 : 15	0 $-$ 10	-7	-6	0 $+$ 5	$u_1 = 0$
A_2 : 20	5 $+$	0 15	0 $-$ 5	5	$u_2 = 7$
A_3 : 30	0	-5	0 $+$ 15	0 $-$ 15	$u_1 = 7$
	$v_1 =$ 0	$v_2 =$ -7	$v_3 =$ -7	$v_4 =$ -7	

Bảng 3.

Tìm các thế vị

$$u_1 + v_1 = 0$$
$$u_2 + v_2 = 0$$
$$u_2 + v_3 = 0$$
$$u_3 + v_3 = 0$$
$$u_1 + v_4 = -7$$
$$u_3 + v_4 = 0$$

Cho $u_1 = 0$ suy ra $v_4 = -7, v_1 = 0, v_3 = -7, v_2 = -7, u_2 = 7, u_3 = 7$.

Tính Δ_{ij} như bảng 3

Ô vi phạm dấu hiệu tối ưu (2,1) là ô đưa vào. Ta có vòng

$$V = \{(2,1)^+, (1,1)^-, (1,4)^+, (3,4)^-, (3,3)^+, (2,3)^-\}$$

Lượng điều chỉnh $q = \min\{x_{11}, x_{34}, x_{23}\} = \min\{10, 15, 5\} = 5$. Tương ứng với ô (2,3) đây là ô loại ra ta có bảng mới bằng cách tính lại

$A_i \backslash B_j$	$B_1: \quad 10$	$B_2: \quad 15$	$B_3: \quad 20$	$B_4: \quad 20$	
$A_1: 15$	0 5	-2	-6	0 10	$u_1 = 0$
$A_2: 20$	0 5	0 15	-5 5	0	$u_2 = -5$
$A_3: 30$	0	0	0 20	0 10	$u_1 = 0$
	$v_1 = \quad 0$	$v_2 = \quad 5$	$v_3 = \quad 0$	$v_4 = \quad 0$	

Bảng 4

Vậy phương án tối ưu phải tìm là

$$X^* = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 10 \\ 5 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 10 \end{bmatrix}$$

Chi phí tối ưu là $F(x) = 350$.

Hà nội, ngày 15 tháng 12 năm 2011
NGƯỜI LÀM ĐÁP ÁN
(ký và ghi rõ họ tên)

PGS.TS. Nguyễn Hữu Điển